



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

FECHA

ACTIVIDADES LECTIVAS A DISTANCIA

19/04/2020

PROFESOR	Felipe E. Ramírez	CURSO	1º A Bach CT
TEMA	Limites de funciones	Nº ACTIVIDAD	007
CONTENIDO	Cálculo de límites de funciones racionales. Límites laterales. Representación gráfica. .		
FECHA DE ENTREGA	A la vuelta	FORMATO DE ENTREGA	Cuaderno
INCIDENCIA EN LA EVALUACIÓN	La calificación de esta actividad será una parte proporcional de la nota de evaluación continua.		

ACTIVIDAD: Realiza los siguientes ejercicios:

1. Dadas las siguientes **funciones racionales**:

a) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ en $x = -2, x = 0$ y $x = 2$.

b) $g(x) = \frac{4x - 12}{(x - 2)^2}$ en $x = 2, x = 0$ y $x = 3$

c) $h(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$ en $x = 1, x = -3$

d) $r(x) = \frac{x^4}{x^3 + 3x^2}$ en $x = 0$ y $x = -3$

- Calcula los límites en los puntos indicados.
- En los puntos donde convenga, especifica el valor de los límites por la izquierda y la derecha.
- Representa gráficamente los resultados obtenidos. (no tienes que representar TODA la función, sólo esbozarla en el entorno de los puntos indicados).

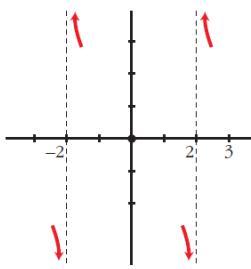
Solución

$$a) f(x) = \frac{x^3}{(x+2)(x-2)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \text{No existe } \lim_{x \rightarrow -2} f(x).$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \text{No existe } \lim_{x \rightarrow 2} f(x).$$

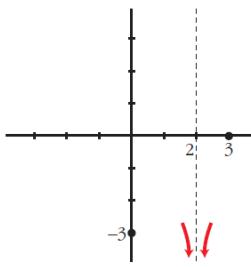


$$b) f(x) = \frac{4(x-3)}{(x-2)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$$

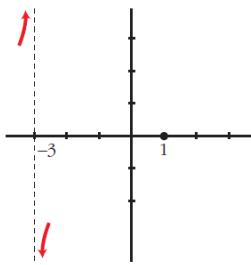
$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$$



$$c) f(x) = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

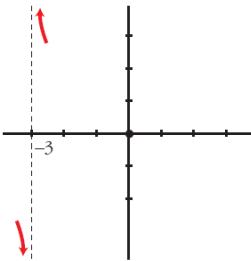
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty \end{array} \right\} \text{No existe } \lim_{x \rightarrow -3} f(x).$$



$$d) f(x) = \frac{x^4}{x^2(x+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \text{No existe } \lim_{x \rightarrow -3} f(x).$$



iv. Como resumen de lo anterior proporciona las ecuaciones de las rectas asíntotas verticales de las funciones anteriores.

Solución

a) $x = 2$ $x = -2$ **b)** $x = 2$ **c)** $x = -3$ **d)** $x = -3$

v. Calcula los límites en $+\infty$ y en $-\infty$ de las funciones anteriores.

$$\text{a)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2 - 4} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 12}{(x - 2)^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x - 12}{x^2 - 4x + 4} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{x} \right) = 0^+$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x - 12}{(x - 2)^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x - 12}{x^2 - 4x + 4} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{x} \right) = 0^-$$

$$\text{c)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 = 1$$

$$\text{d)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4}{x^3 + 3x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^4}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^4}{x^3 + 3x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^4}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

vi. Ayudándote de (v) esboza las gráficas de las funciones anteriores en $+\infty$ y en $-\infty$.

vii. Como resumen de (vi) lo anterior proporciona las ecuaciones de las rectas asíntotas horizontales de las funciones anteriores.

a) No tiene **b)** $y = 0$ **c)** $y = 1$ **d)** No tiene

a) y **d)** Pueden tener asíntotas oblicuas.

b) y **c)** No pueden tener asíntotas oblicuas

RECURSOS DIDÁCTICOS:

Libro de texto.

<https://mathmassium.com/crisis-covid-19-ct/>

<https://free62767.wordpress.com/mat-i/>

<https://free62767.wordpress.com/mat-ccss-i/>

SOLUCIÓN: <https://mathmasium.files.wordpress.com/2020/04/actividades-lectivas-a-distancia-007-mat-i-ct-19-04-2020-solucion.pdf>