lunes, 11 de mayo de 2020 10:32

K. Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, calcular, *a*,*b*, *c* y *d* sabiendo que admite un máximo y=1 para x=1 y un mínimo y=-2 para x=2.

$5x^3+7x^2+8x+4$

(i) $f(1)=1$ ✓ (ii) $f(2)=-2$ ✓ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

(iii) $f'(1)=0$ (iv) $f'(2)=0$ $\boxed{f'(x)=3ax^2+2bx+c}$

(i) $1 = a\cdot 1^3+b\cdot 1^2+c\cdot 1+d$ | $1=a+b+c+d$

(ii) $- = a2^3+b\cdot 2^2+c\cdot 2+d$ | $-2=8a+4b+2c+d$

(iii) $0 = 3a\cdot 1^2+2b\cdot 1+c$ | $0=3a+2b+c$

(iv) $0 = 3\cdot a\cdot 2^2+2\cdot b\, 2+c$ | $0=12a+4b+c$

↓ (RESOLVER)

$$\begin{array}{cccc|c} a & b & c & d & \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 4 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \begin{array}{c} d \quad a \quad c \quad b \\ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 2 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

NO MOVER

$F_2 - F_1$

$$\begin{array}{c} d \quad a \quad c \quad b \\ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 12 & 1 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

$F_2\cdot 3 - F_3\cdot 7$

$F_3\cdot 4 - F_4$

$$\begin{array}{c} d \quad a \quad c \quad b \\ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -4 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{array}\right) \end{array}$$

$F_3\cdot 3 + F_4\cdot 4$

$$\begin{array}{c} d \quad a \quad c \quad b \\ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 7 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -4 & -5 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -27 \end{array}\right) \end{array}$$

$\boxed{b=-27}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\ \middle|\ -27\right)$ " $\boxed{b=-27}$

$-4c-5b=-9$

$-4c+135=-9 \quad c=\frac{-9-135}{-4}=\boxed{36}$

$7a+c+3b=-3$

$7a+36-81=-3 \ ; \ 7a=45-3; \ \boxed{a=6}$

$a+b+c+d=1$

$6-27+36+d=1$

$\boxed{d=-14}$

Sol: $\boxed{f(x)=6x^3-27x^2+36x-14}$

$f(x)=\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}$ $\boxed{D'f}$

$f(x)=\sqrt{▨} \rightsquigarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{▨}}\,▨'$

$\sqrt{x} \to \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}}\left(\frac{x+1}{1-x}\right)'$ TRAER

↳ COCIENTE

¡ERROR!

$\left(\frac{x+1}{1-x}\right)'=\frac{(x+1)'(1-x)-(x+1)(1-x)'}{(1-x)^2}=\frac{1(1-x)-(x+1)(-1)}{(1-x)^2}=$

$=\frac{1-\cancel{x}+\cancel{x}+1}{(1-x)^2}=\frac{2}{(1-x)^2}$

$f'(x)=\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{\frac{x+1}{1-x}}}\,\frac{\cancel{2}}{(1-x)^2}=\frac{1}{\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x}}(1-x)^2}=\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}\,(1-x)^2}=$ #

$=\frac{(1-x)^{1/2}}{\sqrt{1+x}\,(1-x)^2}=\frac{(1-x)^{1/2-2}}{\sqrt{1+x}}=\frac{(1-x)^{-3/2}}{\sqrt{1+x}}=\frac{1}{\sqrt{1+x}\,(1-x)^{3/2}}=$

$\sqrt{(1-x)^3}$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+x}\ \sqrt{(1-x)^3}} = \frac{1}{\sqrt{1+x}\,(1-x)\sqrt{1-x}} = \frac{1}{(1-x)\underbrace{\sqrt{(1+x)(1-x)}}} =$$

$$\boxed{= \frac{1}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}} \rightarrow (\text{Sol})$$

B. Estudiar la monotonía de las siguientes funciones:

a) $y = x^3 - 6x^2 + 12$

b) $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$

c) $y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1}$

d) $y = \dfrac{x^2}{x^2-1}$

→ CRECIENTE $f'(x) > 0$ ↗

DECRECIENTE $f'(x) < 0$ ↘

(d) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2-1}$ $D(f)$ → Función Crte

$x^2 - 1 = 0$ $\boxed{x = \pm 1}$

$g(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1}$ $x^2+1=0$ $\cancel{x = \pm 1}$

$\Downarrow$

$x^2 = -1$ no tiene sol

$$f'(x) = \frac{(x^2)'(x^2-1) - x^2(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{2x(x^2-1) - x^2 \cdot 2x}{(x^2-1)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{2x^3} - 2x - \cancel{2x^3}}{(x^2-1)^2} = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$$

¿ $f'(x) > 0$? $\dfrac{-2x}{(x^2-1)^2} > 0 \Rightarrow -2x > 0$ (*)

$\boxed{x < 0}$

$\square^2$ POSITIVO

Si $x < 0$ entonces $f'(x) > 0$

$x < 0$ entonces f ES CRECIENTE

$f'(x) < 0$ $\dfrac{-2x}{(x^2-1)^2} < 0$ $-2x < 0$

$\oplus$

$\boxed{x > 0}$

Si $x>0$ entonces $f'(x)<0$

$x>0$ entonces $f(x)$ DECRECIENTE

CRECIENTE $(-\infty, 0)$ $\Rightarrow$ Creciente $x=-1$ no hay función

DECRECIENTE $(0, +\infty)$

$\Downarrow$

Elimino $x=-1$ $\quad -1 \notin D(f)$

$(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ CRECIENTE

$(0, 1) \cup (1, +\infty)$ DECRECIENTE

eliminamos $x=1$ $\quad 1 \notin D(f)$

OTRA FORMA $\quad f'(x) = \dfrac{-2x}{(x^2-1)^2}$

¿En qué puntos $f'(x)>0$? INECUACIONES $\quad \dfrac{-2x}{(x^2-1)^2}<0$

$f'(x)=0 \quad \dfrac{-2x}{(x^2-1)^2}=0 \quad -2x=0 \quad \boxed{x=0}$

$x=0$

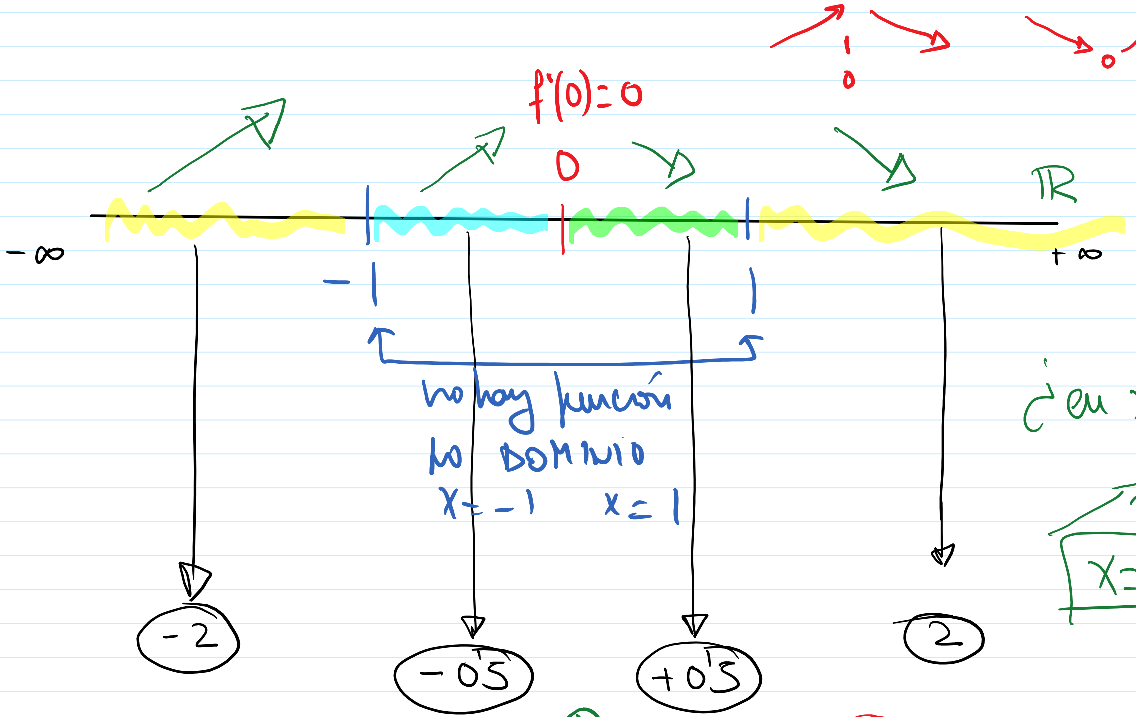
$x=1 \quad x=-1$

TANGENTE HORIZONTAL

$\Downarrow$

$x=0$ MAX / min $\quad f'(0)=0$

En $x=0$ es lógico pensar que cambia el crecimiento



¿en $x=0$?

$\boxed{x=0}$ MÁXIMO RELATIVO

$\oplus \quad \oplus \quad \ominus \quad \ominus$

$f'(-2) = \dfrac{(-2)(-2)}{(\ldots)^2} \quad f'(-0'5) = \dfrac{-2(-0'5)}{(\ldots)^2} \quad f'(0'5) = \dfrac{-2(0'5)}{(\ldots)^2} \quad f'(2) = \dfrac{-2(2)}{(2^2-1)^2}$

$f'(-2)=\frac{(-2)(-2)}{(-2-1)^2}$ $\quad f'(-0'5)=\frac{-2(-0'5)}{(-0'5-1)^2}$ $\quad f'(0'5)=\frac{-2(0'5)}{(0'5^2-1)^2}$ $\quad f'(2)=\frac{-2(2)}{(2^2-1)^2}$

$f'(-2)>0$ $\quad f'(-0'5)>0$ $\quad f'(0'5)<0$ $\quad f'(2)<0$