Probabilidad condicionada

martes, 19 de mayo de 2020 12:05

Diagrama árbol

Ejemplo: **Sean dos urnas A y B. La urna A contiene dentro 3 bolas negras, 2 rojas y 2 blancas mientras que la urna B contiene 3 bolas blancas y 2 negras, como se indica en la figura (las bolas son indistinguibles al tacto).**

Se saca una bola de A, se observa el color y se introduce en B. Por último sacamos una bola de B. Hacer el diagrama en árbol que refleja esta situación.

Hay dos experimentos: sacar una bola de cada urna. El resultado del primer experimento determina la probabilidad asignada en el segundo.

El esquema en árbol es:

Se lanzan 3 monedas sucesivamente. Si llamamos A al suceso "obtener cruz en el primer lanzamiento", B al suceso "obtener cara" y C al suceso "obtener dos cruces".

a) ¿Son A y B incompatibles?

b) ¿Son independientes?

c) ¿Son A y C incompatibles?

d) ¿Son independientes?

e) Hallar la probabilidad de la unión de A con B y C

f) Hallar la probabilidad de la intersección de A, B y C

EJERCICIO MIÉRCOLES

: En un colegio hay 60 alumnos de COU. De ellos 40 estudian Inglés, 24 Francés y 12 los dos idiomas. Se elige al azar un alumno del curso, y si A y B son los sucesos:

A = "el alumno elegido estudia inglés"
B = "el alumno elegido estudia francés"

Determinar la probabilidad de los siguientes sucesos:

a) $p(A)$ **b)** $p(B)$ **c)** $p(A \cap B)$ **d)** $p(A \cup B)$ **e)** $p(B / A)$

f) $p(A / B)$ **g)** $p(B / A \cup B)$

Por diagrama de árbol
Por tabla de contingencia.

Lanzamos dos dados y anotamos los números que salen.

Sea $A = \{$**la suma es 8**$\}$ **y** $B = \{$**los números difieren en 2**$\}$

Calcular:

a) p(A y B) **b) p(A y no B)** **c) p(no A y B)** **d) p(no A y no B)**

e) $p(A / B)$ **f) p(A / no B)** **g) p(no A / B)** **h) p(A o B)**

$A = \{(6,2),(5,3),(4,4),(3,5),(2,6)\}$

Probabilidad condicionada

le escogen entre los no FUMADORES

Ejemplo: **En una empresa con 200 empleados, 100 hombres y 100 mujeres, hay que seleccionar a varios de ellos, por sorteo, para formar un comité que supervise las decisiones de la directora. Ésta tiene cierto temor de que en el comité haya mayoría de hombres, por lo que, ~~conociendo las características de sus empleados~~, propone que los miembros del comité ~~sean no fumadores~~ (van a pasar muchas horas deliberando en un despacho, argumenta). Teniendo en cuenta que los empleados se distribuyen según la tabla adjunta, ¿han mejorado las expectativas de la directora ante la posible composición del comité?**

SEXO

← TABLA DE CONTINGENCIA

HÁBITO

	Hombres	Mujeres
Fuman	70	10
No Fuman	30	90

← Doble entrada

Para estudiar una tabla de este tipo, conviene añadirle algunos casilleros para sumas parciales, como hacemos a continuación.

H∩F

F∩M

	H	M	
F	70	10	80

F

Tabla de contingencia

Tablas de contingencia

En las tablas figuran todas las posibilidades o contingencias de los sucesos compuestos que pueden darse, esto es, A, B, $\overline{A}$, $\overline{B}$, $A \cap B$, $A \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cap B$ y $\overline{A} \cap \overline{B}$.

	A	$\overline{A}$	Totales
B	$p(A \cap B)$	$p(\overline{A} \cap B)$	$p(B)$
$\overline{B}$	$p(A \cap \overline{B})$	$p(\overline{A} \cap \overline{B})$	$p(\overline{B})$
Totales	$p(A)$	$p(\overline{A})$	1

Totales	$p(A)$	$p(\bar{A})$	1

	H	M	
F	70	10	80
No F	30	90	120
	100	100	200

$F \cap M$

$\to F$

$\to \bar{F}$

$\to$ card E

$30 = H \cap \bar{F}$

H M

$\to M \cap \bar{F}$

$$p(H \cap \bar{F}) = \frac{30}{200} = \boxed{\frac{3}{20}}$$

(hombre y no fumador)

Si la elección se hace sin condiciones, las probabilidades de hombre y mujer son:

$$p(H) = \frac{100}{200} = \frac{1}{2} \qquad p(M) = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$

$A \cup \bar{A} = E$

$\underbrace{A \cap \bar{A}}$ $= \emptyset$

Ser Español $\cap$ Ser no Español

Sin embargo, si el sorteo se hace entre los no fumadores, las probabilidades son:

F $\bar{F}$ H sobre $\bar{F}$

$$p(H) = \frac{30}{120} = \frac{1}{4} \qquad p(M) = \frac{90}{120} = \frac{3}{4}$$

$p(H/\bar{F})$

supuesto no es fumador

Condicionado a $\bar{F}$

$p(M/\bar{F})$

30 ♂

90 ♀

$\underbrace{p(H) < p(M)}$

prob. es mejor hacerlo así por beneficiar a la Dcha.

¿Y si se escoge sobre los fumadores?

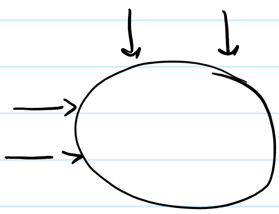
80 fumadores

70 ♂ 10 ♀

$$p(H/F) = p(H) = \frac{70}{80} = \boxed{\frac{7}{8}}$$

$$p(M) = \frac{10}{80} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

$= p(M/F)$



$$p(H/F) = \frac{70}{80} = \frac{7}{8}$$

$p(H/\bar{F})$

$$p(M/F) = \frac{10}{80} = \frac{1}{8}$$

$p(M/\bar{F})$

$$p(A/B) = p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} =$$

$\neq 0$

+ no fumad

$$p(M/\bar{F}) = \frac{p(M \cap \bar{F})}{p(\bar{F})} = \frac{\frac{90}{\cancel{200}}}{\frac{120}{\cancel{200}}} = \frac{90}{120} = \frac{9}{12} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

"ser Mujer supuesto que es NO FUMADOR"

Para no tener que aclarar, expresamente, que son probabilidades calculadas sobre el conjunto de no fumadores, se pone $p(H / \text{no } F)$ que se lee "probabilidad de H condicionada a no F" o bien "probabilidad de ser H supuesto que es no F". Las probabilidades de H y M condicionadas a no F son, pues

Para no tener que aclarar, expresamente, que son probabilidades calculadas sobre el conjunto de no fumadores, se pone $p(H / \text{no } F)$ que se lee "probabilidad de H condicionada a no F" o bien "probabilidad de ser H supuesto que es no F". Las probabilidades de H y M condicionadas a no F son, pues

$$p(H / \text{no } F) = \frac{1}{4} \qquad p(M / \text{no } F) = \frac{3}{4}$$

Podemos comprobar que en este colectivo se dan estas otras probabilidades condicionadas:

$$p(H / F) = \frac{70}{80} = \frac{7}{8} \qquad p(M / F) = \frac{10}{80} = \frac{1}{8} \qquad p(F / H) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$$

$$p(\text{no } F / H) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \qquad p(F / M) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \qquad p(\text{no } F / M) = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$

Condición   Prob. Condicionada

Se lanzan dos dados. Si la suma de los puntos es 7, hallar la probabilidad de que en alguno de los dados salga 3.

↳ Se sabe que ha salido 7

Sea A el suceso "La sumas de los puntos es 7" y sea B el suceso "En alguno de los dados sale un 3".

¿Cuál es la condición?

¿Qué sabemos se ha producido?

$A = \{\text{Suma es } 7\}$

$B = \{\text{alguno es } 3\}$

$p(B/A)$ → se ha dado A

suma puntos es 7

$E = \{(1,1)(1,2) \ldots (1,6)$ $\text{card}(E) = 36$

$(6,1) \ldots (6,6)\}$

$A = \{(1,6)(6,1)$
$(2,5)(5,2)$
$(3,4)(4,3)\}$

$B = \{(3,1)(3,2)(3,3) \ldots (3,6)$ → 6 casos
$(1,3)(2,3)(3,3) \ldots (6,3)\}$ → 6 casos

(3,3)

$\text{Card}(A) = 6 \quad \text{Card}(B) = 11$

$p(B/A) = \frac{2}{6 \text{ casos}} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$

↳ suma 7

Ya se ha dado

$A \cap B = \{$

$p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\left(\frac{2}{\cancel{36}}\right)}{\left(\frac{6}{\cancel{36}}\right)} = \boxed{\frac{1}{3}}$

EL YA SUCEDIDO

$\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(E)} = \frac{6}{36}$

↳ $p(A \cap B)$

$$p(A/B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)} \qquad p(A/B)\,p(B) = p(A\cap B)$$

$$p(B/A) = \frac{p(B\cap A)}{p(A)} \qquad p(B/A)\,p(A) = p(B\cap A)$$

$$\boxed{p(A/B)\,p(B) = p(B/A)\,p(A)} = p(A\cap B)$$

B le ha dado
B condiciona

A le ha dado.
A condiciona.

T. ~~Bayes~~ / T. Prob. TOTAL

2 bolas

U_1: 2N, 3R $\longrightarrow$ U_2: 5N, 4R

U_2: 5N, 5R

U_2: 6N, 4R

$$p(2^a \text{ bola sea Roja}) = p(R_2/R_1)\cdot p(R_1) + p(R_2/N_1)\,p(N_1) =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{5} + \frac{4}{10}\cdot\frac{2}{5} = \frac{3}{10} + \frac{8}{50} = \boxed{\frac{23}{50}}$$