

Límite de una función (iii)

Cálculo efectivo de límites

1.- Calcula razonadamente los siguientes límites de funciones en los puntos indicados:

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - (x - 1))$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+1} - 1 \right) \left(\frac{2x^3+1}{x^2+2} \right)$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2+5x+6}{x^2+6x+8} \right)$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2-1} \right)$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x^2-1} \right)$$

$$(vi) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - x}} \right)$$

$$(vii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - x}} \right)$$

$$(viii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} \right)^{x+2}$$

$$(ix) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^{x+2}$$

$$(x) \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{x+1}}$$

$$(xi) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{2}{x+1}}$$

$$(xii) \lim_{x \rightarrow 0} 3^{x+2}$$

$$(xiii) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{x+2}$$

$$(xiv) \lim_{x \rightarrow -1} 3^{\frac{2}{x^2+1}}$$

$$(xv) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\frac{2}{x+1}}$$

$$(xvi) \lim_{x \rightarrow 1^+} 4^{\frac{1}{1-x^2}}$$

$$(xvii) \lim_{x \rightarrow 1^-} 4^{\frac{1}{1-x^2}}$$

$$(xviii) \lim_{x \rightarrow \infty} 0.5^{x^3+2}$$

$$(xix) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\frac{2x^2+1}{x^2+1}}$$

$$(xx) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\frac{x^2-1}{x+2}}$$

$$(xxi) \lim_{x \rightarrow +\infty} 4^{\frac{x^3}{x+x^2}}$$

$$(xxii) \lim_{x \rightarrow -\infty} 4^{\frac{x^3}{x+x^2}}$$

$$(xxiii) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1} \right)$$

3.-Estudia razonadamente las asíntotas de la función $f(x) = \frac{2x^3 - 2}{x^2 - 1}$

Esboza la función a partir de los resultados obtenidos en el apartado anterior.

4.- Halla el valor de a para que la siguiente función sea continua en $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & x \leq 0 \\ -x^2 + (a-1)x + 3 & x > 0 \end{cases}$$

5.- Dibuja la gráfica de una función de la que se conocen las siguientes propiedades. La solución no tiene que ser única

- (i) $D(f) = \mathbb{R} - [-2, 2]$
- (ii) f no corta al eje OX
- (iii) Es simétrica respecto al eje OY .
- (iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$
- (v) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$

6.- Estudia las asíntotas de las funciones siguientes:

- (i) $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8}$
- (ii) $f(x) = \frac{x}{2x^2 - 8}$
- (iii) $f(x) = 1 - \frac{x}{2x - 4}$
- (iv) $f(x) = \frac{x^3}{3x^2 - 9}$
- (v) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} + 1 & x \leq 0 \\ -\frac{x^2}{x+4} - 2 & x > 0 \end{cases}$

(vi)