Asíntotas

Resumen

Dos curvas son asintóticas en un punto si

$$\lim_{x \to a} f(x) - g(x) = 0$$

Es decir, si la distancia que las separa se hace cero cuando $x \to a$.

En particular si una de las funciones es una **recta** hablamos de <u>recta **asíntota** de una función si $x \to a$</u> o del <u>comportamiento asintótico de la función en a.</u> (a puede ser (∞) .

Distinguimos tres tipos de asíntotas según sean rectas horizontales, verticales u oblicuas.

Horizontales

La recta $y = \mathbf{k}$ es una asíntota horizontal si:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = k$$

- Hay que estudiar el límite en $(+\infty)$ y $(-\infty)$ si la función está definida a trozos o si es una función exponencial.

Verticales

Se han de estudiar y cumplir las dos condiciones siguientes:

- La recta $x = \mathbf{k}$ es una asíntota vertical si:
    i. El punto $x = \mathrm{k}$ no pertenece al dominio de definición de la función.
    ii. $\lim_{x \to k} f(x) = \pm\infty$

Se ha de estudiar el límite por la derecha y por la izquierda para posicionar la curva respecto de la recta.

Es importante recordar que aunque un punto **NO pertenezca** al dominio de definición PUEDE ser que el límite en ese punto **NO SEA INFINITO**. En ese caso NO hay asíntota vertical.

Oblicuas

La recta $y = \mathbf{m}x + \mathbf{h}$ es una asíntota oblicua si:

- La función NO tiene asíntota horizontal. Sólo estudiamos las asíntotas oblicuas en este caso.
- Existen y son finitos los límites siguientes:

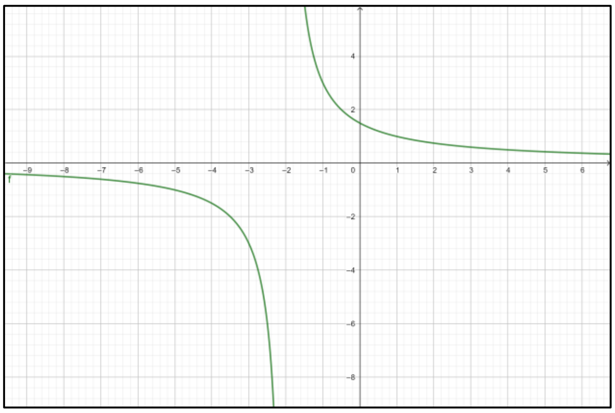
$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x} = m$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) - mx = h$$

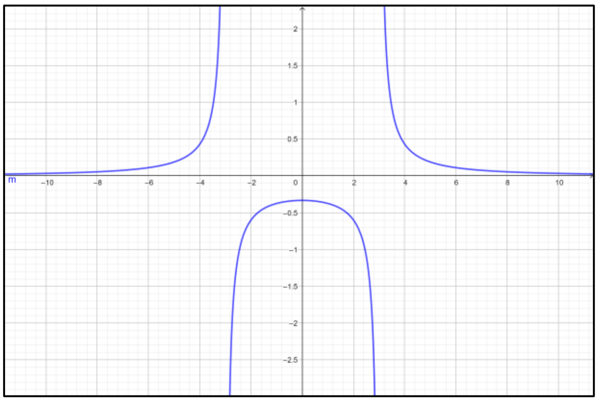
que proporcionan los coeficientes de la recta oblicua.

Ejemplos

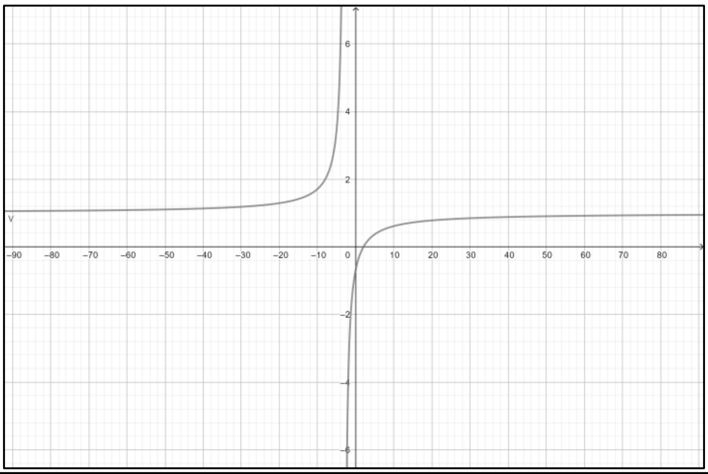
$$f(x)=\frac{3}{x+2}$$



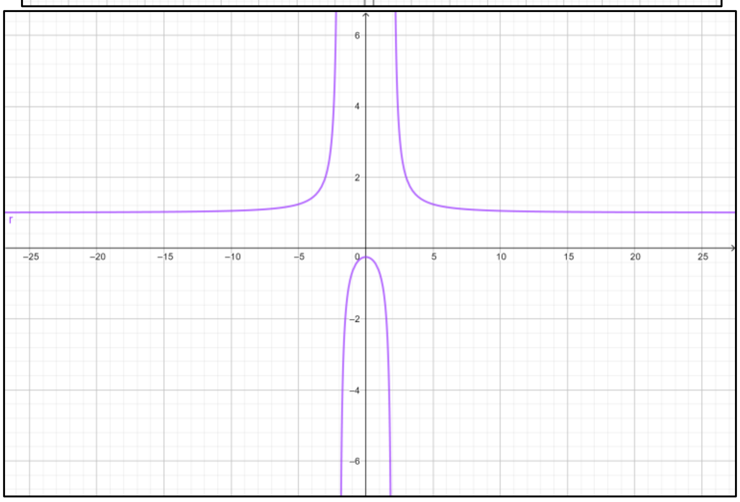
$$f(x)=\frac{3}{x^2-9}$$



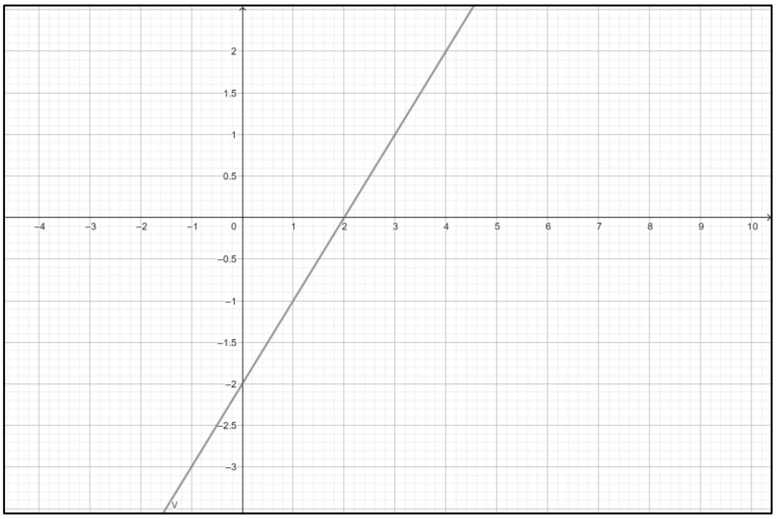
$$f(x)=\frac{x^2-5x+6}{x^2-9}$$



$$f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-4}$$



$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$$



$$f(x) = \frac{x^3 - x}{x - 3}$$